Formules de dérivation des fonctions usuelles

Moyens mnémotechniques

Accueil

Dériver une puissance de *x* revient à abaisser le dégré devant, puis à réduire la puissance d'un cran :

$$x^n \to n\,x^{n-1}$$

Vérifions que cette astuce marche pour tout n entier relatif (voire fraction) : (sachant que le dégré de x^n est n)

Fonctions	**Expression sous forme de puissance**	**Fonction dérivée**
Constante	$f(x)=a=a\times x^0$ donc ici $n=0$	$f'(x)=a\times 0\times x^{-1}=0$
Linéaire	$f(x)=ax=a\times x^1$ donc ici $n=1$	$f'(x)=1\times a\times x^{1-1}=a\times x^0=a\times 1=a$
Carré	$f(x)=x^2$ donc ici $n=2$	$f'(x)=2x^{2-1}=2\,x^1=2x$
Puissance $n\in\mathbb{N}^*$	$f(x)=x^n$	$f'(x)=nx^{n-1}$
Inverse	$f(x)=\frac{1}{x}=x^{-1}$ donc ici $n=-1$	$f'(x)=(-1)\times x^{-1-1}=-x^{-2}=-\frac{1}{x^2}$
Inverse de puissance	$f(x)=\frac{1}{x^n}=x^{-n}$ donc ici, dégré = $-n$ (avec $n\in\mathbb{N}^*$)	$f'(x)=(-n)\times x^{-n-1}=-n\,x^{-(n+1)}=-\frac{n}{x^{n+1}}$
Racine carrée	$f(x)=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$ donc ici $n=\frac{1}{2}$	$f'(x)=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1}=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{\sqrt{x}}$

(avec *x* non nul dans le tableau)

Et comment retenir les ensembles de définitions des fonctions dérivées (c'est à dire leur ensemble de dérivabilité) ?

Les **ensembles de définitions** des fonctions et fonctions dérivées sont **identiques** (**sauf** pour la **racine carrée** !)

Vérifions cela :

Fonction *f*	**Ensemble de définition de *f***	**Dérivée *f '***	**Ensemble de définition de *f '***
$f(x)=a,\ a\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=0$	$\mathbb{R}$
$f(x)=ax,\ a\in\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=a$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^2$	$\mathbb{R}$	$f'(x)=2x$	$\mathbb{R}$
$f(x)=x^n$ $n\geq 1$ entier	$\mathbb{R}$	$f'(x)=nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$
$f(x)=\frac{1}{x}$	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$
$f(x)=\frac{1}{x^n}$ $n\geq 1$ entier	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$	$f'(x)=-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$
$f(x)=\sqrt{x}$	$[0;+\infty[$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$