



1. Fonction positive ou négative

Définitions : On dit d'une **fonction** f qu'elle est :

- **positive sur un intervalle** si, pour tout x dans cet intervalle, on a $f(x) \geq 0$.
- **négative sur un intervalle** si, pour tout x dans cet intervalle, on a $f(x) \leq 0$.

Définitions : On dit d'une **fonction** f qu'elle est :

- **positive** si elle est positive sur son ensemble de définition tout entier.
- **négative** si elle est négative sur son ensemble de définition tout entier.

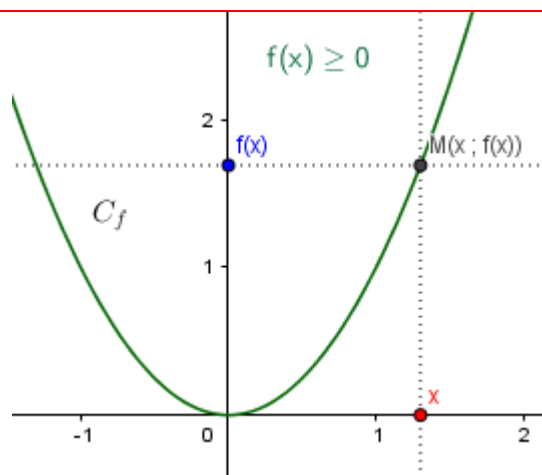
Exemples :

- La fonction inverse ($x \mapsto \frac{1}{x}$) est positive sur $]0; +\infty[$ et est négative sur $] -\infty; 0[$.
- La fonction carré est positive (sous-entendu sur $\mathbb{R}$ qui est son ensemble de définition).

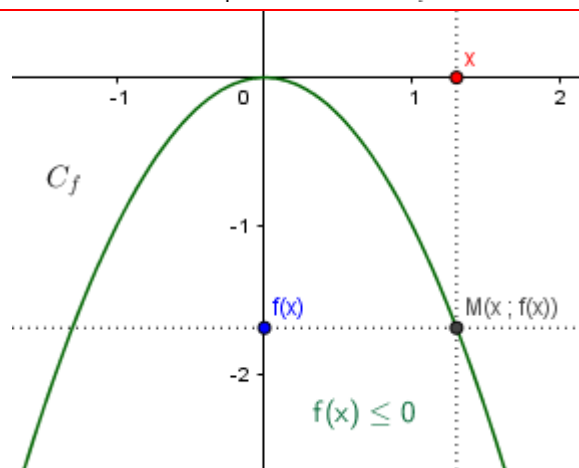
Propriétés :

Si f est une fonction **positive**, alors sa courbe représentative C_f se situe **au-dessus** de l'axe des abscisses.

Exemples :



Si f est une fonction **négative**, alors sa courbe représentative C_f se situe **au-dessous** de l'axe des abscisses.



2. Fonction croissante ou décroissante

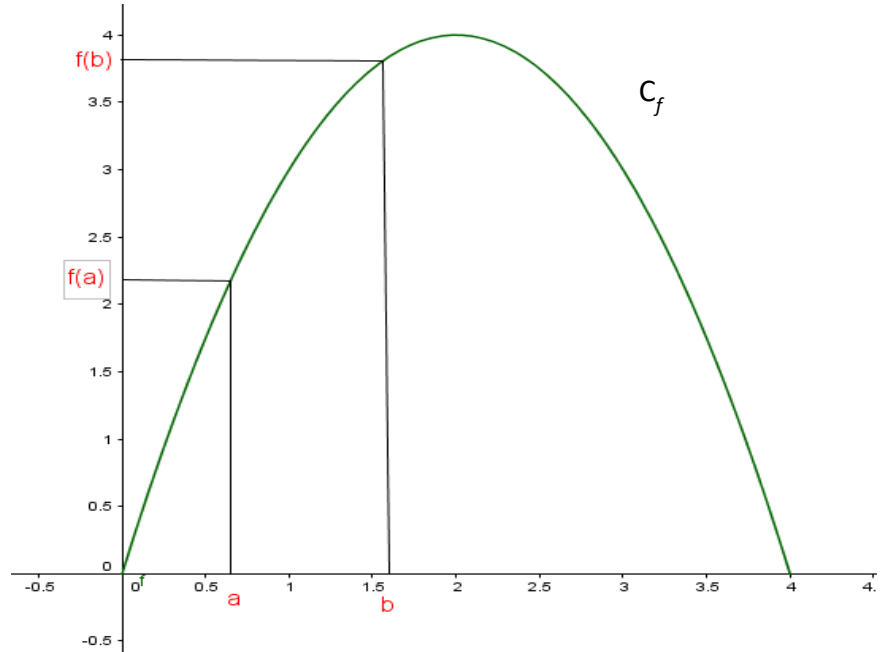
♥ Définitions : Soit f une fonction définie sur un intervalle I inclus dans $\mathbb{R}$. On dit que la fonction f est :

- **croissante sur I** si pour tous réels a et b de I , on a : si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$.
- **décroissante sur I** si pour tous réels a et b de I , on a : si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$.

Exemple :

La fonction f définie sur $[0 ; 4]$ par l'expression $f(x) = -x^2 + 4x$, est croissante sur $[0 ; 2]$ car pour tous réels a et b de $[0 ; 2]$ tels que $a < b$, on a : $f(a) \leq f(b)$.

f est également décroissante sur $[2 ; 4]$ car pour tous réels a et b de $[2 ; 4]$ tels que $a < b$, on a $f(a) \geq f(b)$.



Remarque :

Les définitions précédentes sont les seules rigoureuses mathématiquement.

Cependant, on peut illustrer ces notions de manière plus visuelle et intuitive (mais non rigoureuse) par :

- sur l'intervalle $[0 ; 2]$, la courbe C_f « monte »,
- sur l'intervalle $[2 ; 4]$, la courbe C_f « descend ».

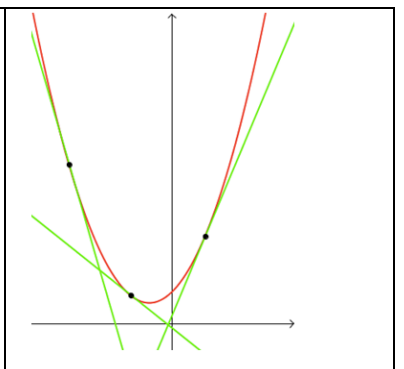


Attention :
ne jamais utiliser ces termes dans un
devoir de mathématiques !...

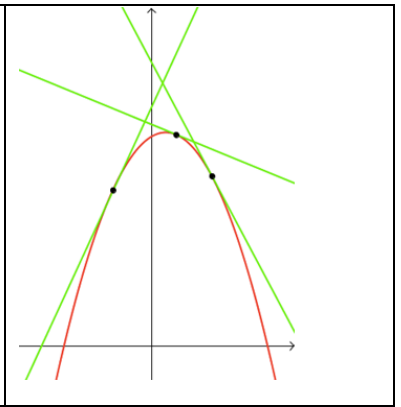
3. Fonction convexe ou concave

♥ Définitions : Soit une fonction f dérivable sur un intervalle I .

- La fonction f est **convexe** sur $I \Leftrightarrow$ sur l'intervalle I , sa courbe représentative est entièrement située au-dessus de chacune de ses tangentes.



- La fonction f est **concave** sur $I \Leftrightarrow$ sur l'intervalle I , sa courbe représentative est entièrement située en dessous de chacune de ses tangentes.



Exemples :

- La fonction **carré** $x \mapsto x^2$ est convexe sur $\mathbb{R}$.
- La fonction **racine carrée** $x \mapsto \sqrt{x}$ est concave sur $[0; +\infty[$.
- La fonction **cube** $x \mapsto x^3$ est concave sur $] -\infty; 0]$ et convexe sur $[0; +\infty[$.

Propriétés : Soit une fonction f définie et deux fois dérivable sur un intervalle I .

- f est convexe sur $I \Leftrightarrow f'$ est croissante sur $I \Leftrightarrow$ pour tout x de I , $f''(x) \geq 0$

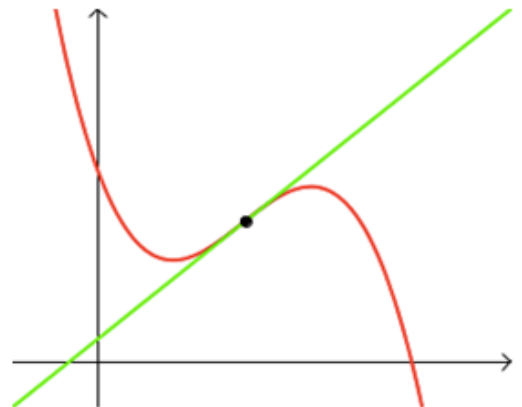
- f est concave sur $I \Leftrightarrow f'$ est décroissante sur $I \Leftrightarrow$ pour tout x de I , $f''(x) \leq 0$

Définition : Soit une fonction f dérivable sur un intervalle I .

Un **point d'inflexion** est un point où la courbe traverse sa tangente en ce point.



Remarque : Au point d'inflexion, la fonction change de convexité.



4. A toi de jouer !

Vérifie que tu as bien compris les différences entre les trois notions de signes, de variations et de convexité d'une

fonction avec ces quelques questions...

C'est parti! ➔